

Las ondas electromagnéticas

Capítulo 31. Halliday y Resnick. Física. Parte 2

-
1. Si se preguntase cuál es la fracción del espectro electromagnético correspondiente al intervalo visible, ¿cuál sería la respuesta?
 2. El proyecto Seafarer consistía en un programa ambicioso para construir una antena enterrada en un lugar de aproximadamente 4000 m² de área. Su propósito era el de transmitir señales a submarinos que se encontrasen muy sumergidos. Por ejemplo, si la longitud de onda efectiva de sus transmisiones hubiese sido de 10⁶ m radio terrestres, ¿cuál hubiese sido la frecuencia y el periodo de las radiaciones emitidas? Por lo general, las radiaciones electromagnéticas no penetran mucho en los conductores, como el agua del mar. ¿Existe alguna razón para suponer que estas radiaciones de FEB (frecuencia extremadamente baja) deban penetrar en una forma más efectiva? Pensemos en lo que ocurriría en el límite de frecuencia cero. (¿Por qué no transmitir señales de frecuencia cero?)
 3. ¿Cómo se caracterizaría a una radiación electromagnética que tuviese una frecuencia de 10 kHz o de 10¹⁶ Hz? ¿Y a una que tuviese una longitud de onda de 500 nm o de 10 km, o de 0.50 nm?
 4. Desde los sitios más alejados del universo recibimos ondas electromagnéticas. La información que se puede obtener de esta radiación, ¿indica algo acerca del estado actual del universo, o de cómo era hace algún tiempo, o de una situación intermedia?
 5. *La Paradoja del Cielo Nocturno.* * Tal vez la observación astronómica más simple que se pueda hacer sea la siguiente: Cuando se oculta el Sol el cielo se oscurece. Esto es cierto y parece obvio; sin embargo, se puede dar un argumento para indicar que éste no debería ser el caso. Considérese lo siguiente:

"Suponiendo que el universo sea infinito y que tenga una población uniforme de estrellas, las cuales sean semejantes al Sol, se puede decir que una línea recta que parta de un observador llegará finalmente a una estrella. Las distancias R a las que se encuentran la mayor parte de estas estrellas es, de hecho, muy grande, así que estas estrellas iluminarían de manera muy débil al observador, ya que la iluminación varía según $1/R^2$. Por otra parte, el número de estrellas distantes localizadas dentro de un casquete esférico cuyos radios estén comprendidos entre $R + R + \Delta R$ aumenta según R^2 (suponiendo que ΔR es constante). El lector puede comprobar esta última afirmación. Como estos dos efectos se anulan en for-

preguntas

* Con frecuencia llamada *paradoja de Olbers*.

ma precisa, el cielo nocturno debería tener una iluminación virtualmente infinita, ya que el observador estaría iluminado por una infinidad de soles."

¿Existe alguna falla en este argumento? Pensar en la rapidez finita de la luz, en la gran escala del universo, en el concepto de un universo en expansión, en el tiempo de vida finito de las estrellas, etc. Véase "The Dark Night Sky Paradox" de E. R. Harrison, *American Journal of Physics* de febrero de 1977, en el cual aparece una revisión histórica excelente y una magnífica explicación.

- ¿Por qué se hace tan grande el ritmo angular de rotación cuando las estrellas ordinarias se condensan para formar estrellas de neutrones (pulsares)?
- ¿Cuáles son las direcciones de la corriente de conducción en el cable coaxil de la Fig. 41-3, (a) en el conductor central y (b) en el conductor externo, poco tiempo después de que el interruptor se ha movido a la posición *a*? Considérense puntos que ya hayan sido alcanzados por el frente de ondas de la Fig. 41-4b, así como otros a los que todavía no llegue.
- ¿Qué relación existe entre la longitud de onda para el cable coaxil de la Fig. 41-5 y la que se tendría en el espacio-vacío?
- ¿Cuál es la dirección de la corriente de desplazamiento en la Fig. 41-6? Indicar un argumento que justifique la respuesta.
- Comparar un cable coaxil con una guía de ondas, al usarlos como líneas de transmisión. Señalar las semejanzas y las diferencias.
- ¿Se pueden enviar ondas viajeras cuya longitud de onda varíe en un intervalo continuo a lo largo de (a) un cable coaxil y (b) una guía de ondas? ¿Se pueden establecer ondas estacionarias en un intervalo continuo de longitudes de onda en una cavidad resonante? Indicar analogías mecánicas o acústicas que fundamenten las respuestas.
- Si una longitud de onda es mayor que la longitud de onda de corte para una guía en su modo dominante, ¿se puede enviar energía a lo largo de la guía en algún otro de sus modos?
- Explicar por qué se requiere del término $\epsilon_0 d\Phi_e/dt$ de la ecuación de Ampère para entender la propagación de las ondas electromagnéticas.
- En la ecuación $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ (Ec. 40-1), ¿cómo es que c siempre tiene el mismo valor si μ_0 es una cantidad cuyo valor se asigna en forma arbitraria y ϵ_0 es una cantidad medida?
- ¿Se podría esperar que algún día la teoría electromagnética prediga el valor de c (3×10^8 m/s), no en términos de μ_0 y ϵ_0 , sino directa y numéricamente, sin recurrir a ninguna medición?
- La Fig. 41-17 muestra a un dipolo magnético activado por un circuito LC oscilante. Discutir la naturaleza de la onda viajera en un punto distante *P*.

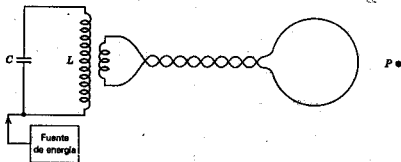


figura 41-17
Pregunta 16.

- ¿En un cable coaxil, la energía es transportada en los conductores, por mediación de las corrientes, o en el espacio entre ellos, por mediación de los campos?

SECCION 41-2 Espectro electromagnético

- En la Fig. 41-1, en la cual se muestra el espectro electromagnético, la frecuencia ν y la longitud de onda λ están relacionadas mediante $c = \lambda\nu$. Si los intervalos de frecuencia en la figura están igualmente espaciados, demostrar que los intervalos de longitud de onda están, por necesidad, igualmente espaciados. Recordar que ambas escalas son logarítmicas.

problemas

Ondas electromagnéticas provenientes del espacio

SECCION 41-3

2. El radio promedio de la Tierra es de 6.4×10^6 m y la distancia promedio de la Tierra al Sol es de 1.5×10^8 km. ¿Qué fracción de la radiación electromagnética emitida por el Sol es interceptada por el disco de la Tierra? Suponer que la intensidad (por ejemplo, medida en W/m^2) disminuye inversamente con el cuadrado de la distancia.
3. La intensidad de la radiación solar directa que no fue absorbida por la atmósfera en un día de verano fue de $100 W/m^2$. ¿A qué distancia de un calentador eléctrico de $1.0 kW$ se debe estar para sentir la misma intensidad? Suponer que el calentador tiene una eficiencia de 100% y que radia uniformemente en todas las direcciones.
Respuesta: 0.89 m.
4. La estrella α de Centauro es la más cercana al Sol y se encuentra a una distancia de 4.3 años luz. Se ha sugerido que los programas de televisión emitidos en nuestro planeta ya han llegado a esta estrella y pueden ser observados por habitantes hipotéticos de un planeta hipotético que esté en órbita a la estrella. La Luna se encuentra a una distancia de 3.8×10^5 km de la Tierra y, tal vez, sus hipotéticos habitantes (los cuales siempre se esconden cuando se acerca una nave espacial) también observen estos programas. ¿Cuál es la relación entre las intensidades de tales señales (por ejemplo, medidas en W/m^2) en la Luna y en la α del Centauro, recordando que la intensidad decrece inversamente con el cuadrado de la distancia?

SECCION 41-5 *Campos y corrientes en cable coaxial*

5. Un cable coaxial se fabrica con un alambre central, de radio a , rodeado por un tubo metálico delgado de radio b . En el espacio entre los conductores se hace vacío. (a) Determinar la capacitancia por unidad de longitud de este cable coaxial. (*Sugerencia:* Imaginar que el alambre y el tubo tienen cargas de igual magnitud pero de signos contrarios.) (b) Determinar la inductancia por unidad de longitud de este cable coaxial. (*Sugerencia:* Imaginar que por el alambre central fluye una corriente en un sentido y que ésta regresa en sentido contrario por el tubo.)
Respuesta: (a) $2\pi\epsilon_0/\ln b/a$. (b) $(\mu_0/2\pi) \ln b/a$.
6. Utilizando la Ley de Gauss, hacer un dibujo de las cargas instantáneas que aparecen en los conductores del cable coaxial de la Fig. 41-5 y demostrar que este patrón de cargas está relacionado apropiadamente con las corrientes de conducción mostradas en la Fig. 41-5c.
7. Una cavidad resonante se fabrica cerrando, con tapas metálicas, ambos extremos del cable coaxial de la Fig. 41-5. La cavidad contiene tres semilongitudes de onda. Suponiendo que el modo de oscilación es igual al indicado en la Fig. 41-5, describir los patrones de E y de B que se presentan. (*Sugerencia:* Recordar que E no puede tener componente tangencial en una superficie conductora y que la diferencia de fase entre E y B tiene que ser de 90° .)

SECCION 41-6 *Guías de ondas*

8. (a) Considérese una guía rectangular de 3.0 cm de anchura; cuál debe ser la longitud de onda en el espacio vacío de una radiación para que la energía viaje 100 m en la guía en un tiempo $1.0 \mu s$ ($= 10^{-6} s$)? (b) En estas condiciones, ¿cuál es la rapidez de la fase?
9. Representar gráficamente la rapidez de la fase, la rapidez de grupo y la longitud de onda en la guía, como funciones de la longitud de onda en el espacio vacío, para una guía de ondas rectangular de 3.0 cm de anchura. Suponer el modo dominante.
10. Considérese la guía de la Fig. 41-9. ¿En qué condiciones es la longitud de onda en la guía igual al doble de la longitud de onda en el espacio vacío?
11. (a) ¿Qué longitud de onda en la guía exhibirá una radiación de 10 cm (longitud de onda en el espacio vacío) en una guía rectangular de 6.0 cm de anchura? Suponer el modo dominante. (b) ¿Cuál es la longitud de onda de corte de esta guía?
Respuesta: (a) 18 cm. (b) 12 cm.

SECCION 41-7 *La radiación*

12. (a) ¿Después de cuánto tiempo se detecta la onda emitida por una antena de una radiotransmisora que se encuentra a 80 mi distancia? (b) ¿Después de cuánto tiempo

- se detectará una onda de radio emitida desde el sol? (c) ¿Y si se tratara de una fuente de radio estelar distante 380 años luz?
- Una onda electromagnética viaja en la dirección negativa del eje y . En una posición y en un tiempo determinados, el campo eléctrico está a lo largo de la dirección positiva del eje z y tiene una magnitud de 100 V/m. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo magnético? Resp: 3.3×10^{-7} T en la dirección negativa del eje x .
 - Las ecuaciones para el campo magnético de una onda electromagnética en el espacio vacío son $B_x = B \sin(ky + \omega t)$, $B_y = B_z = 0$. (a) ¿Cuál es la dirección de propagación? (b) Escribir las ecuaciones para el campo eléctrico.
 - ¿Cómo varía la corriente de desplazamiento con la distancia y el tiempo de una onda electromagnética plana viajera?
 - Partiendo de las Ecs. 41-10 y 41-13, demostrar que $E(x, t)$ satisface la "ecuación de onda"

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

- (b) ¿Cuál es la "ecuación de onda" que satisface $B(x, t)$?
- Demstrar que las siguientes expresiones satisfacen las Ecs. 41-10 y 41-13. En todos los casos, A es una constante. (a) $E = Ac(x - ct)$, $B = A(x - ct)$. (b) $E = Ac(x + ct)^{15}$, $B = -A(x + ct)^{15}$. (c) $E = Ace^{(x-ct)}$, $B = Ae^{(x-ct)}$. (d) $E = Ac \ln(x + ct)$, $B = -A \ln(x + ct)$. (e) Generalizar estos ejemplos para demostrar que $E = Ac/f(x-ct)$, $B = Af/(x - ct)$ es una solución en donde f es cualquier función de $(x - ct)$. ¿Cuál es la situación correspondiente para funciones de $(x + ct)$?
 - Demstrar que las direcciones de los campos E y B en la Fig. 41-11 son consistentes con la dirección de propagación de la radiación.
 - Demstrar que las direcciones de los campos E y B en los distintos "mosaicos" de la Fig. 41-12 concuerdan con la dirección de propagación de la radiación.

SECCION 41-9 Vector de Poynting

- La luz que emite el Sol incide sobre la Tierra, fuera de su atmósfera, con una intensidad de $2.0 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min}$. Calcular E_m y B_m para la luz del Sol, suponiendo que es una onda como la mostrada en la Fig. 41-12.
- Un alambre de cobre del Núm. 10 (diámetro igual a 0.10 plg y resistencia de 1.00 Ω por cada 1000 pies de longitud) transporta una corriente de 25 A. Calcular (a) E , (b) B y (c) S en un punto sobre la superficie del alambre.
Respuesta: (a) $E = 8.2 \times 10^{-3}$ V/m paralelo al alambre. (b) $B = 3.9 \times 10^{-3}$ T, tangente al alambre y perpendicular al eje. (c) $S = 260 \text{ W/m}^2$, radialmente hacia adentro.
- Probar que en cualquier punto de una onda electromagnética, como la de la Fig. 41-13, la densidad de energía almacenada en el campo eléctrico es igual a la almacenada en el campo magnético.
- Una onda plana de radio tiene $E_m \approx 10^{-4}$ V/m. Calcular (a) B_m y (b) la intensidad de la onda, medida por S .
Respuesta: (a) 3.3×10^{-14} T. (b) $1.3 \times 10^{-11} \text{ W/m}^2$.
- Si un cable coaxial tiene resistencia, debe existir un flujo de energía de los campos hacia las superficies conductoras que proporcione un calentamiento joule. ¿Cómo se deben modificar, en este caso, las líneas de fuerza eléctricas de la Fig. 41-5a? (Sugerencia: El vector de Poynting cercano a la superficie debe tener una componente que apunte hacia la superficie.)
- Análizar el flujo de energía en la guía de ondas de la Fig. 41-9, utilizando del vector de Poynting.
- Un cable coaxial (cuyos diámetros interno y externo son, respectivamente, a y b) se utiliza como línea de transmisión entre una batería \mathcal{E} y un resistor R , como se muestra en la Fig. 41-18. (a) Calcular E y B para $a < r < b$. (b) Calcular el vector de Poynting S para $a < r < b$. (c) Haciendo una integración adecuada, del vector de Poynting, demostrar que la potencia total que fluye a través de la sección anular $a < r < b$ es \mathcal{E}^2/R . ¿Es razonable este resultado? (d) Demostrar que la dirección de S siempre es de la batería hacia el resistor, sin importar la forma en que esté conectada la batería.
- Un aeroplano que vuela a 10 km de una transmisora de radio recibe una señal con una intensidad de $10 \mu\text{W/m}^2$. Calcular (a) el campo eléctrico (promedio) en el

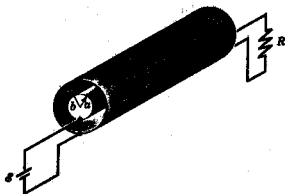


figura 41-18
Prob. 26.

aeroplano debido a esta señal; (b) el campo magnético (promedio) en el aeroplano y (c) la potencia total irradiada por la transmisora, suponiendo que ésta irradia isotrópicamente y que la tierra es un absorbedor perfecto.

Respuesta: (a) 6.1×10^{-2} V/m. (b) 2.1×10^{-10} T. (c) 13 kW.

28. Un cubo de lado a tiene sus aristas paralelas a los ejes x , y y z de un sistema de coordenadas rectangulares. Paralelo al eje y existe un campo eléctrico E y paralelo al eje x existe un campo magnético uniforme B . Calcular (a) el ritmo con el que pasa la energía a través de cada cara del cubo, según el punto de vista del vector de Poynting y (b) el ritmo neto con el que cambia la energía almacenada en el cubo.
29. Considérese la posibilidad de las ondas estacionarias:

$$E = E_m \{ \sin \omega t \} \{ \sin kx \}$$

$$B = B_m \{ \cos \omega t \} \{ \cos kx \}$$

(a) demostrar que estas expresiones satisfacen las Ecs. 41-10 y 41-13 si E_m está adecuadamente relacionada con B_m y ω está relacionada con k . ¿Cuáles son estas relaciones? (b) Encontrar el vector de Poynting (instantáneo). (c) Demostrar que el flujo de potencia promediado en el tiempo a través de cualquier área es cero. (d) Describir el flujo de energía en este problema.

Respuesta: (a) La Ec. 41-11a debe cumplirse para ondas estacionarias y para ondas viajeras. (b) $S = (E_m^2/4\mu_0 c) \sin 2\omega t \sin 2kx$.

30. La Fig. 41-19 muestra una línea de transmisión larga, sin resistencia, que suministra potencia de una batería a una carga resistiva. Tal como se muestra, existe una corriente estacionaria i . (a) dibujar cualitativamente los campos eléctrico y magnético en torno a la línea de transmisión y (b) demostrar que, desde el punto de vista del vector de Poynting, la energía viaja de la batería al resistor a través del espacio en torno a la línea de transmisión, y no a través de la línea misma. (Sugerencia: Cada conductor en la línea es una superficie equipotencial, ya que se ha supuesto que la línea no tiene resistencia.)
31. La Fig. 41-20 muestra un resistor cilíndrico de longitud l , radio a y resistividad ρ , que transporta una corriente i . (a) Demostrar que la dirección del vector de Poynting S en cualquier punto de la superficie del resistor es siempre perpendicular a ésta, tal como se muestra. (b) Demostrar que el ritmo P de flujo de la energía hacia el resistor a través de la superficie cilíndrica, el cual se calcula integrando el vector de Poynting sobre esta superficie, es igual al ritmo de la producción de energía interna joule: es decir,

$$\int S \cdot dA = i^2 R,$$

en donde dA es un elemento de área de la superficie cilíndrica. Esto demuestra que, según el punto de vista del vector de Poynting, la energía que aparece en un resistor en la forma de energía térmica no entra a través de los alambres de conexión, sino a través del espacio en torno a los alambres y al resistor. (Sugerencia: el vector E es paralelo al eje del cilindro en la dirección de la corriente; el vector B forma círculos concéntricos en torno al cilindro, y su sentido queda determinado por la regla de la mano derecha.)

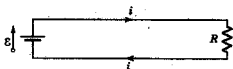


figura 41-19
Prob. 30

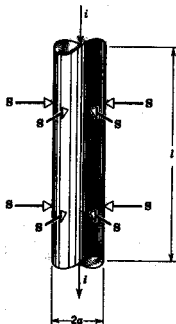


figura 41-20
Prob. 31

32. La Fig. 41-21 muestra a un capacitor de placas paralelas que se está cargando. (a) Demostrar que el vector de Poynting \mathbf{S} está dirigido radialmente hacia adentro del volumen del cilindro. (b) Demostrar que el ritmo P de flujo de energía hacia el volumen, el cual se calcula integrando el vector de Poynting sobre la frontera cilíndrica de este volumen, es igual al ritmo de aumento de la energía electrostática almacenada; es decir:

$$\int \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = Ad \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \right),$$

en donde Ad es el volumen del capacitor y $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ es la densidad de energía para todos los puntos dentro del volumen. Este análisis demuestra que, según el punto de vista del vector de Poynting, la energía almacenada en un capacitor no llega a él a través de los alambres, sino a través del espacio que rodea a los alambres y a las placas. (Sugerencia: Para encontrar \mathbf{S} , primero se debe determinar el campo magnético \mathbf{B} establecido por la corriente de desplazamiento durante el proceso de carga; véase la Fig. 40-1. Ignorar la curvatura de las líneas de \mathbf{E} .)

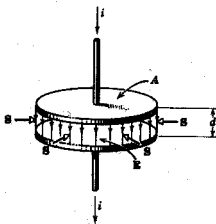


Figura 41-21
Prob. 32.

33. Un cilindro hueco largo, no conductor (de radio R y longitud l), tiene una carga uniforme por unidad de área σ sobre su superficie. Por efecto de una torca externa, el cilindro gira con una aceleración angular constante $\alpha(t) = \alpha$ en torno al eje del cilindro. (a) Encontrar \mathbf{B} dentro del cilindro (considerar al cilindro como un solenoide). (b) Determinar \mathbf{E} en la superficie interna del cilindro. (c) Determinar \mathbf{S} en la superficie interna del cilindro. (d) Demostrar que el flujo de \mathbf{S} que penetra al interior del cilindro es igual a $\frac{d}{dt} \left(\frac{\pi R^2 l}{2\mu_0} B^2 \right)$.

Respuesta: (a) $B = \sigma R \alpha \mu_0$. (b) $E = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma R^2 \alpha$. (c) $S = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma^2 R^2 \alpha^2 t$.